Q1. Linéariser $\sin^5(\theta)$.

Q2. Déterminer de deux manières les racines carrées de $1+i$. En déduire $\cos(\frac{\pi}{8})$.

Q3. Énoncé du théorème de dérivation d'une application réciproque. Application au calcul de la dérivée de la fonction exponentielle (connaissant celle de ln).

Q4. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^{-t}$

Q5. Démontrer que si f est une application strictement croissante de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$, alors $\forall n \in \mathbb{N}$, $f(n) \geqslant n$.

Q6. Formule de Bernoulli ($x^n - y^n = ...$) dans un anneau, énoncé et démonstration.

Q7. Démonstration du petit théorème de Fermat : si p est premier, pour tout a dans $\mathbb{Z}$, $a^p \equiv a \ [\![p]\!]$.

Q8. Démontrer que si A et B sont des parties non vides majorées de $\mathbb{R}$, alors $A + B = \{a + b \mid (a, b) \in A \times B\}$ admet une borne supérieure, et $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$.

Q9. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$, et V est un s.e.v. de F, alors $f^{-1}(V)$ est un s.e.v. de E.

Calculs : seul le résultat est pris en compte.

Calcul 1 Déterminer les racines du polynôme : $P(z) = z^2 + (-2+i)z - 1 + 5i$.

Réponse 1

Calcul 2 Résoudre l'équation différentielle ; $(E) \quad xy' + y = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

Réponse 2

Calcul 3 Calculer $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} e^{i\frac{2k\pi}{3}}$.

Réponse 3

Calcul 4 Déterminer $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left[\left(1 - \frac{2}{n}\right)^{3n}\right]$.

Réponse 4

Calcul 5 Déterminer l'équation du plan $\mathcal{P}$ passant par les points $A(1,0,2)$, $B(0,1,1)$, $C(1,1,0)$ et déterminer la distance de $D(1,2,1)$ à $\mathcal{P}$.

Réponse 5

Calcul 6 Déterminer le domaine de dérivabilité et la dérivée de $f(x) = \arcsin\left(\ln(\frac{3}{2} + \cos(x))\right)$.

Réponse 6